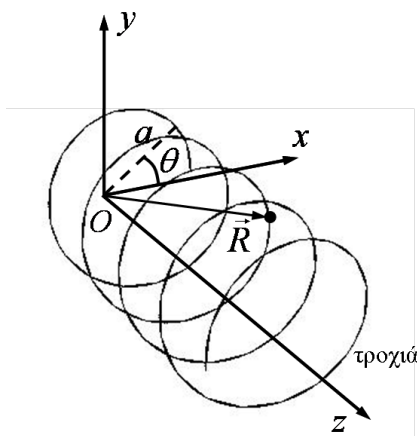


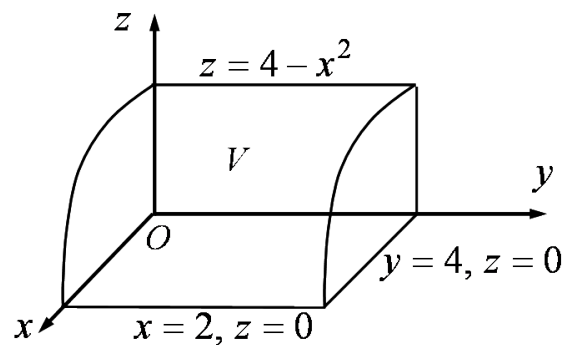


Θέματα

1. (α) Σωστό ή Λάθος, αιτιολογήστε πλήρως τις απαντήσεις σας (1.25 μονάδες).
- Σύστημα λέγεται κλειστό όταν το άθροισμα των εξωτερικών δυνάμεων που ενεργούν σε αυτό είναι μηδέν.
 - Το άθροισμα της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας, υλικού σημείου P , επί του οποίου ασκείται συνισταμένη δύναμη \vec{F} , διατηρείται σταθερό.
 - Αν η ολική ροπή του συστήματος είναι μηδέν, η στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.
 - Η τροχιά υλικού σημείου A , στο οποίο επιδρά κεντρική δύναμη, βρίσκεται στο επίπεδο που διέρχεται από το ελκτικό ή απωστικό κέντρο και η κεντρική δύναμη δεν έχει συνάρτηση δυναμικού.
 - Αν x_0 είναι σημείο ισορροπίας κατά τη κίνηση υλικού σημείου A , τότε το δυναμικό δεν παρουσιάζει στο x_0 ακρότατο ή σημείο καμπής.
 - Η επιτάχυνση υλικού σημείου A σε φυσικές συντεταγμένες έχει δύο συνιστώσες.
- (β) Υλικό σημείο, μάζας $m = 2 \text{ kg}$, κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του άξονα x υπό την επίδραση της δύναμης $F(x) = 2x - x^2$. (i) Κάτω από ποιές προϋποθέσεις υπάρχει το δυναμικό $V(x)$ της $F(x)$, $x \in [0, +\infty)$. Να βρεθεί το δυναμικό όταν $V(0) = 2$. (ii) Να παρασταθεί γραφικά το δυναμικό της $F(x)$ συναρτήσει του x στο διάστημα $[0, +\infty)$. (iii) Να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας της κίνησης του υλικού σημείου και να μελετηθούν (1.25 μονάδες).
2. (α) Αν η ταχύτητα υλικού σημείου, P , σε κυλινδρικές συντεταγμένες είναι: $\vec{u} = \dot{r}\vec{r}_0 + r\dot{\theta}\vec{\theta}_0 + \dot{z}\vec{z}_0$, να βρεθεί το διάνυσμα της επιτάχυνσης, \vec{a} , σε κυλινδρικές συντεταγμένες (1.25 μονάδες).
- (β) Υλικό σημείο με διάνυσμα θέσης \vec{R} κινείται πάνω σε κυλινδρική επιφάνεια της οποίας ο άξονας συμπίπτει με τον άξονα z . Η τομή της κυλινδρικής επιφάνειας με το επίπεδο Oxy δίνει κύκλο ακτίνας $a = 1 \text{ m}$, **σχήμα 1**. Το υλικό σημείο κινείται με σταθερά γωνιακή ταχύτητα $\omega = 2 \text{ rad/s}$ και η τροχιά του ορίζεται από τις εξισώσεις $r = a$ και $z = k\theta/2\pi$ με $k = 3.14 \text{ m}$. Να υπολογιστούν: (i) Η ταχύτητα του υλικού σημείου, \vec{u} . (ii) Η επιτάχυνση, \vec{a} , και το μέτρο της επιτάχυνσης. (iii) Αν στο υλικό σημείο ασκείται συνισταμένη δύναμη της μορφής $\vec{F} = F_r\vec{r}_0 + F_\theta\vec{\theta}_0 + F_z\vec{z}_0$, να γραφούν οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης του υλικού σημείου και να υπολογιστούν τα F_r , F_θ , F_z . Για $t = 0$, η γωνία $\theta = 0$ και η μάζα του υλικού σημείου είναι $m = 1 \text{ kg}$ (1.25 μονάδες).
3. (α) Να αποδειχθεί ότι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας υλικού σημείου ισούται με το έργο της δύναμης που ασκείται στο υλικό σημείο κατά τη μετάβασή του από τη θέση 1 στη θέση 2, δηλαδή, $W = T_2 - T_1$ (1.25 μονάδες).
- (β) Να υπολογιστεί το έργο, W της δύναμης $\vec{F} = -2y\vec{x}_0 + 3x\vec{y}_0$ από το σημείο $(0, 0)$ ως το σημείο $(1, 2)$ πάνω: (i) στην ευθεία $y = 2x$ και (ii) στο κλιμακωτό δρόμο $y = 0, x = 1$. (iii) Τι παρατηρείτε για την κάθε περίπτωση; (1.25 μονάδα)
4. (α) Έστω σύστημα N υλικών σημείων. (i) Να γραφεί η διαφορική εξίσωση κίνησης του συστήματος και (ii) ναδειχθεί ότι η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή όταν το σύστημα είναι κλειστό (1.0 μονάδα).
- (β) Μάζα περιέχεται στον όγκο που περικλείεται από τον παραβολικό κύλινδρο $z = 4 - x^2$ και τα επίπεδα $x = 0, y = 0, y = 4$ και $z = 0$. Η πυκνότητα ρ είναι σταθερή. (i) Να γραφεί το διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας σε καρτεσιανές συντεταγμένες. (ii) Να βρεθεί η συντεταγμένη του κέντρου μάζας ως προς τον άξονα x , **σχήμα 2**, (1.5 μονάδες).



(α) ΣΧΗΜΑ 1



(β) ΣΧΗΜΑ 2